1. **Problema**
Os dados apresentados abaixo relacionam x, o nível umidade de uma mistura de um determinado produto, a Y, a densidade do produto acabado.

x	7	9	10	13	14	15	16	19
Y	9.07	9.94	10.75	12.45	12.97	13.34	14.25	15.68

Assinale a alternativa referente às estimativas de mínimos quadrados, $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, do modelo linear ajustado aos dados. Aproxime os valores com três casas decimais.

(a) $\hat{\alpha} = 4.614$ e $\hat{\beta} = 0.498$
(b) $\hat{\alpha} = 5.07$ e $\hat{\beta} = 0.562$
(c) $\hat{\alpha} = 4.6$ e $\hat{\beta} = 0.602$
(d) $\hat{\alpha} = 4.139$ e $\hat{\beta} = 0.71$
(e) $\hat{\alpha} = 3.124$ e $\hat{\beta} = 0.555$

Solução
Primeiramente, calculamos os valores

$$S_{xx} = 110.875, \quad S_{YY} = 35.185, \quad S_{xY} = 62.356 \quad \text{e} \quad SS_R = 0.116.$$

De modo que,

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xY}}{SS_R} = 0.562.$$

e

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{x} = 5.07.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

2. **Problema**
A partir dos dados da questão anterior, assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança com confiança de 95% para $\hat{\beta}$. Aproxime os valores com três casas decimais.

(a) $[0.505, 0.619]$
(b) $[0.530, 0.594]$
(c) $[0.552, 0.593]$
(d) $[0.519, 0.605]$
(e) $[0.518, 0.550]$

Solução
De posse dos valores calculados, temos que o intervalo de confiança, com confiança $\gamma = 0.95$, é dado por

$$\begin{aligned}\hat{\beta} \pm t_{(1-\gamma)/2;n-2}\sqrt{\frac{SS_R}{(n-2)S_{xx}}} &= 0.562 \pm 2.4469\sqrt{\frac{0.116}{6 \times 110.875}} \\ &= [0.530, 0.594].\end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Problema**
Os dados a seguir relacionam a quantidade de um determinado bem que foi encomendado em função do preço (em reais) do bem em seis locais diferentes.

Preço	15	20	30	35	40	45
Quantidade	176	177	115	113	127	95

Assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança com confiança de 95% para a quantidade média de todas as encomendas quando o preço for de 35 reais. Aproxime os valores com duas casas decimais.

(a) $[73.38, 171.70]$
(b) $[104.00, 141.08]$
(c) $[74.12, 170.96]$
(d) $[102.79, 142.29]$
(e) $[104.70, 140.38]$

Solução
Primeiramente, calculamos os valores

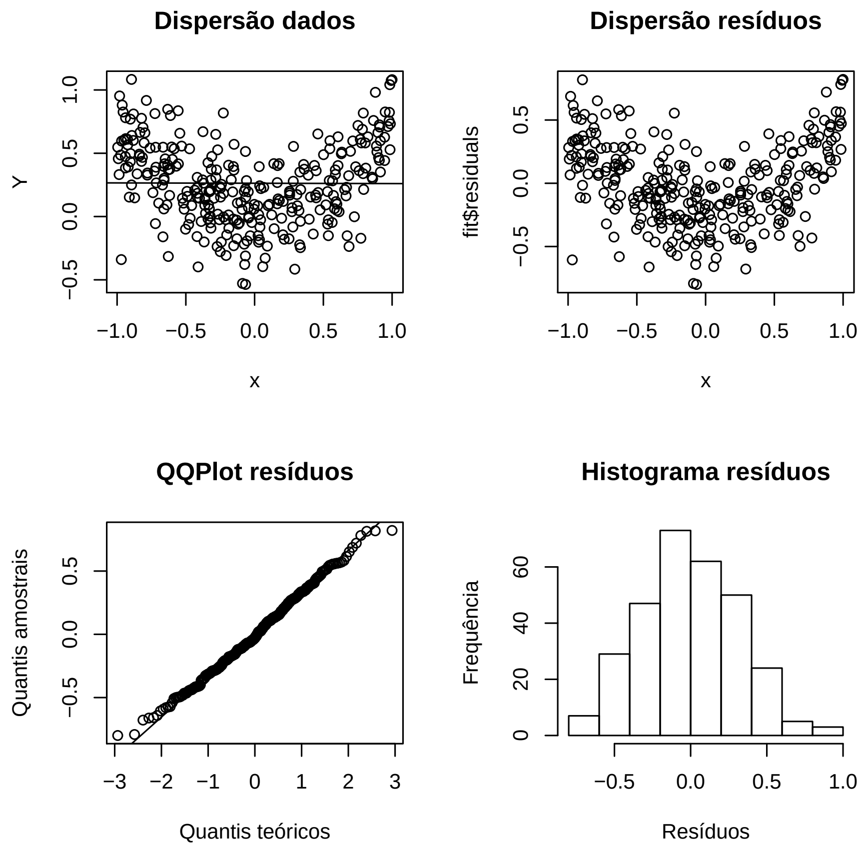
$$S_{xx} = 670.83, \quad S_{YY} = 5984.83, \quad S_{xY} = -1819.17 \text{ e } SS_R = 1051.57.$$

De posse dos valores calculados, temos que o intervalo de confiança, com confiança $\gamma = 0.95$, é dado por

$$\begin{aligned} & \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_0 \pm t_{(1-\gamma)/2;n-2}\sqrt{\left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right]\frac{SS_R}{n-2}} \\ = \quad & 217.39 - 2.71 \times 35 \pm 2.7764 \times \sqrt{\left[\frac{1}{6} + \frac{(35-30.83)^2}{670.83}\right]\frac{1051.57}{4}} \\ = \quad & [102.79, 142.29]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

4. **Problema**
Os gráficos abaixo correspondem, respectivamente, ao gráfico de dispersão de Y em função de x (com a reta ajustada aos dados), ao gráfico de dispersão dos erros em função de x, ao QQplot dos dados em função de uma distribuição normal e ao histograma dos erros.



Com base nas figuras, assinale a alternativa correta.

(a) O ajuste não parece adequado, os resíduos não apresentam comportamento aleatório e não aparentam ter distribuição normal

(b) O ajuste não parece adequado, os resíduos não apresentam comportamento aleatório e aparentam ter distribuição normal

(c) O ajuste parece adequado, os resíduos apresentam comportamento aleatório e não aparentam ter distribuição normal

(d) O ajuste parece adequado, os resíduos apresentam comportamento aleatório e aparentam ter distribuição normal

(e) O ajuste parece adequado, os resíduos não apresentam comportamento aleatório e não aparentam ter distribuição normal

Solução

(a) Falso

(b) Verdadeiro

(c) Falso

(d) Falso

(e) Falso

5. **Problema**

Considere duas variáveis x e Y que se relacionam de acordo com os dados abaixo.

x	14	17	20	22	24	26
Y	7	5	5	9	8	11

Assinale a alternativa correta.

(a) A correlação amostral entre as variáveis indica relação diretamente proporcional e 49% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo

(b) A correlação amostral entre as variáveis indica relação inversamente proporcional e 51% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo

(c) A correlação amostral entre as variáveis indica relação diretamente proporcional e 50% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo

(d) A correlação amostral entre as variáveis indica relação diretamente proporcional e 51% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo

(e) A correlação amostral entre as variáveis indica relação inversamente proporcional e 49% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo

Solução
Dos valores nós temos que a correlação amostral é dada por

$$r = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 (Y_i - \bar{Y})^2}} = 0.7.$$

Como $r > 0$, a relação entre as variáveis é diretamente proporcional. Além disso $R^2 = r^2 =$ 49% da quanrtidade de variação na variável resposta é explicada pela adoção do modelo linear com coeficiente angular não nulo.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Problema**
Foi determinado que a relação entre o estresse (S) e o número de ciclos até a falha (N) para um determinado tipo de liga pode ser representada por

$$S = \frac{A}{N^m},$$

onde A e m são constantes desconhecidas. Um experimento foi executado e produziu os seguintes dados.

N	0.223	0.925	6.75	18.1	29.1	50.5	126	215	445	420
S	55	50.5	43.5	42.5	42	41	35.7	34.5	33	32

Assinale a alternativa referente às estimativas de mínimos quadrados, $\hat{A}$ e $\hat{m}$, recuperadas a partir do modelo linear ajustado aos dados transformados. Aproxime os valores com três casas decimais.

(a) $\hat{A}$ = 50.32 e $\hat{m}$ = 0.079
(b) $\hat{A}$ = 50.071 e $\hat{m}$ = -0.059
(c) $\hat{A}$ = 50.335 e $\hat{m}$ = 0.264
(d) $\hat{A}$ = 49.15 e $\hat{m}$ = 0.201
(e) $\hat{A}$ = 50.653 e $\hat{m}$ = 0.069

Solução
Primeiramente, devemos tomar o logaritmo do modelo de modo a obter um modelo linear como abaixo:

$$\ln(S) = \ln(A) - m\ln(N).$$

Em seguida, observe que, no modelo linear,

$$\begin{aligned} Y &= \ln(S) \\ x &= \ln(N) \\ \alpha &= \ln(A) \Rightarrow A = e^{\alpha} \\ \beta &= -m \Rightarrow m = -\beta. \end{aligned}$$

Agora devemos calcular as medidas necessárias para o computo das estimativas de α e β:

$$S_{xx} = 58.929, \quad S_{YY} = 0.29, \quad S_{xY} = -4.068 \ \text{ e } \ SS_R = 0.009.$$

De modo que,

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xY}}{SS_R} = -0.069.$$

e

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{x} = 3.925.$$

Finalmente,

$$\hat{A} = e^{\hat{\alpha}} = 50.653.$$

e

$$\hat{m} = -\hat{\beta} = 0.069.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro