

hipergeométrica

- ▶ variável aleatória hipergeométrica
 - ▶ experimento
 - ▶ distribuição
 - ▶ exemplos



Prof. Dr. Jhames Sampaio
Universidade de Brasília

exemplo

- ▶ iremos tratar a distribuição hipergeométrica por meio de um exemplo

Uma urna contém 5 bolas brancas e 10 bolas pretas. 4 bolas serão selecionadas uma a uma, sem reposição. Qual a probabilidade de que exatamente 3 bolas sejam brancas?

$$\frac{\binom{5}{3} \binom{10}{1}}{\binom{15}{4}} = \frac{20}{273}$$

- ▶ vamos tratar o problema de uma outra forma

experimento

Uma urna contém **b** bolas brancas e **N-b** bolas pretas. **n** bolas serão selecionadas uma a uma, sem reposição. Qual a probabilidade de que exatamente **k** bolas sejam brancas?

$$\frac{\binom{b}{k} \binom{N-b}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

- ▶ note que algumas premissas devem ser respeitadas:
 - ▶ $N > n$
 - ▶ $k \geq \max\{0, n - (N-b)\}$
 - ▶ $k \leq \min\{n, b\}$

distribuição

- ▶ denotando por X a variável relativa ao número de bolas brancas retiradas, nós temos que a distribuição de X é dada por

$$P(X = k) = \frac{\binom{b}{k} \binom{N-b}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \text{ onde}$$

$$\max\{0, n - (N - b)\} \leq k \leq \min\{n, b\}$$

- ▶ denominamos este tipo de variável aleatória como **hipergeométrica**

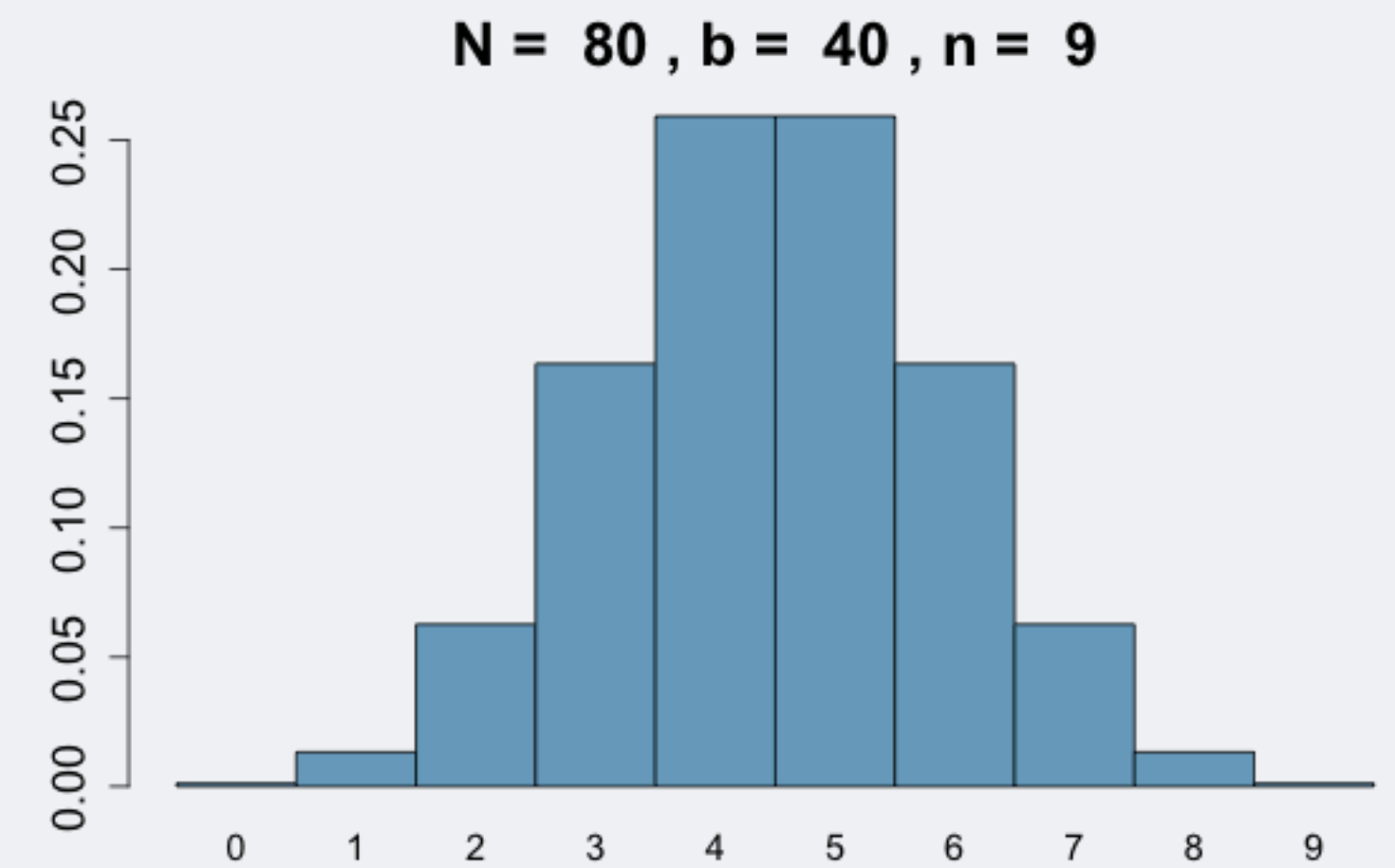
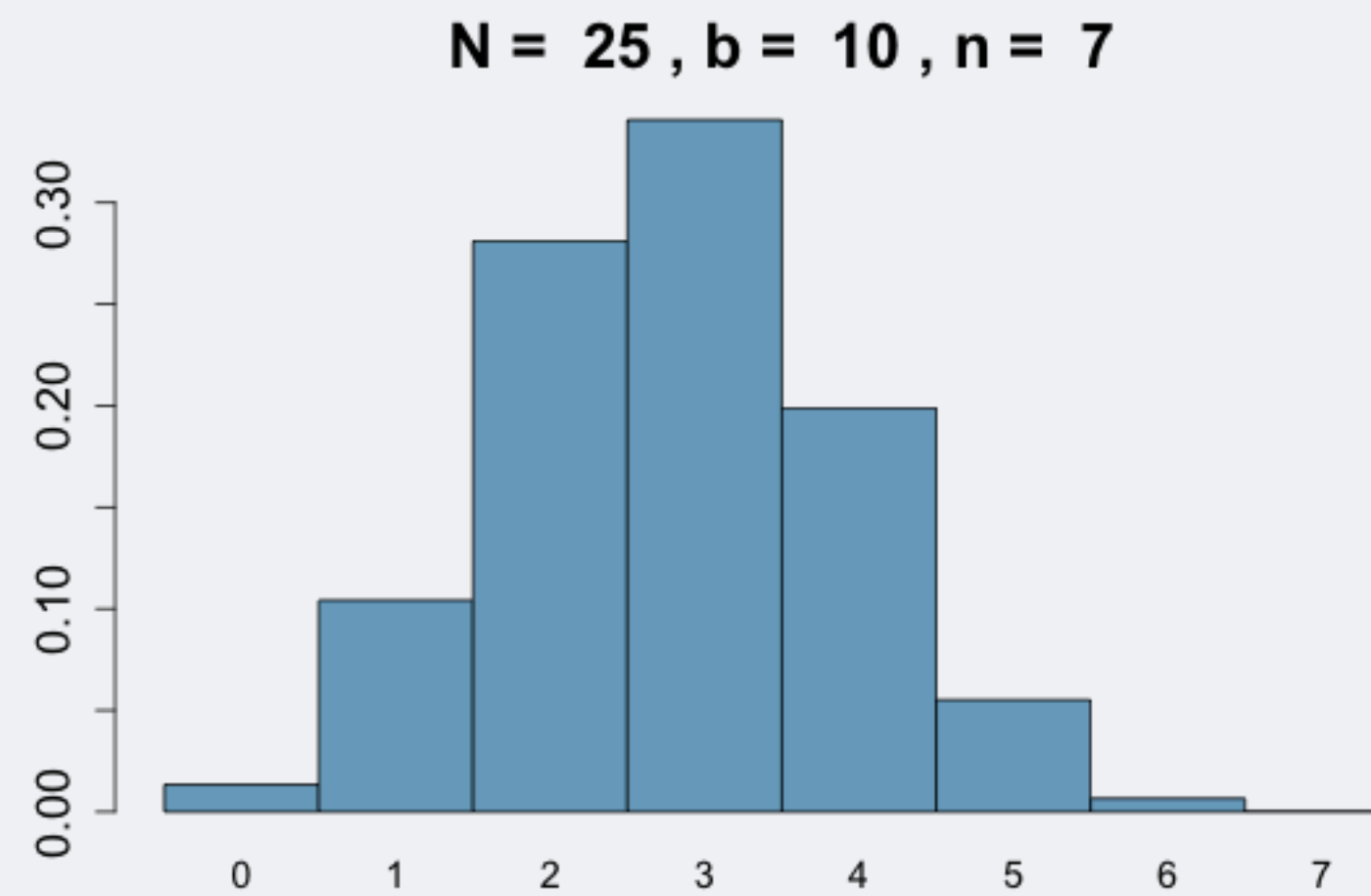
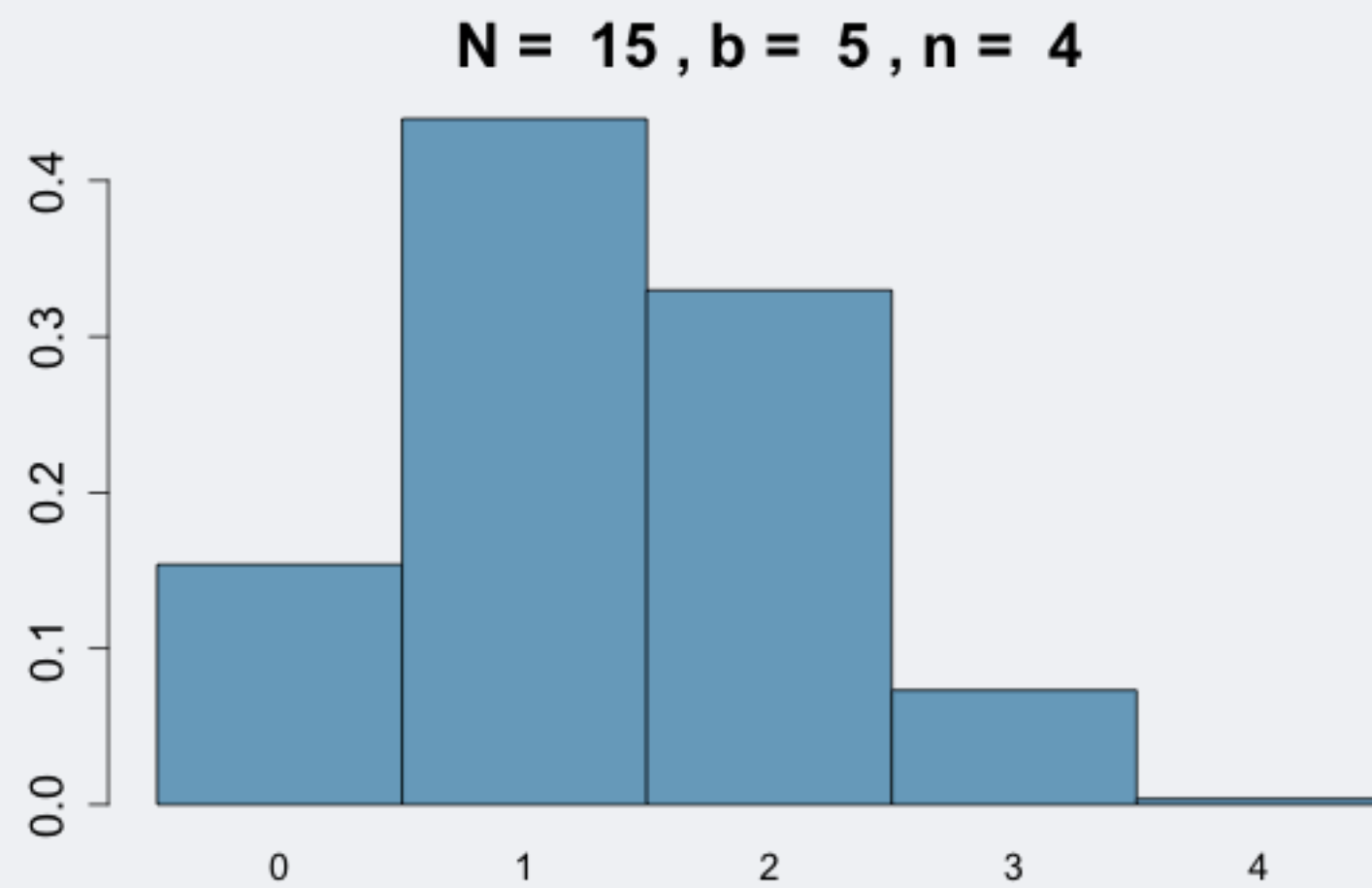
distribuição

notação: $X \sim \text{Hiper}(N, b, n)$

$$E(X) = \frac{nb}{N}$$
$$\text{Var}(X) = \frac{nb}{N} \left(1 - \frac{b}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

condições para a hipergeométrica

1. Os ensaios devem ser dependentes entre si (pode-se entender como “sem reposição”)
2. O número de itens retirados, n , deve ser fixado



exemplo

Num lote de 100 peças 10 são defeituosas. Selecciona-se 5 peças, aleatoriamente, sem reposição. Responda aos itens abaixo:

- a) qual a probabilidade de que não hajam peças defeituosas?
- b) qual a esperança e a variância?

a) Primeiramente, note que os ensaios (extrações sequenciais das bolas) são dependentes entre si. Defina X como a variável relativa ao número de peças defeituosas em cada ensaio e observe que a distribuição da variável X é hipergeométrica de parâmetros $N = 100$, $b = 0$ e $n = 5$.

$$P(X = 0) = \frac{\binom{10}{0} \binom{100-10}{5-0}}{\binom{100}{5}} = \frac{1 \binom{90}{5}}{\binom{100}{5}} \approx 0,584$$

R

```
> dhyper(0, 10, 90, 5)
[1] 0.5837524
```

exemplo

Num lote de 100 peças 10 são defeituosas. Selecciona-se 5 peças, aleatoriamente, sem reposição. Responda aos itens abaixo:

- a) qual a probabilidade de que não hajam peças defeituosas?
- b) qual a esperança e a variância?

b)

$$E(X) = \frac{5 \times 10}{100} = 0,5$$

$$\text{Var}(X) = \frac{5 \times 10}{100} \left(1 - \frac{10}{100}\right) \left(\frac{100 - 5}{100 - 1}\right) \approx 0,43$$