Regiões Críticas

Em geral, quando estudamos um teste de hipóteses começamos nossa busca por uma decisão à partir da construção de regiões que nos informem em que situações iremos rejeitar a hipótese nula e em que situações não a rejeitaremos. Quando, de forma didática, construímos uma dessas regiões e as identificamos na reta real utilizamos o termo *região crítica* para simbolizá-la. No início dos nossos estudos acerca desse conteúdo, obtivemos a região crítica do teste para alguns exemplos e em seguida, a partir do mesmo raciocínio, apresentamos um meio mais prático de aplicar o teste (como disponibilizado, em forma de tabela, no site do Prof. Jhames Sampaio). De fato, testar uma hipótese, do ponto de vista prático, e encontrar uma região crítica são questões equivalentes.

Para dar suporte à afirmação acima, vamos fazer uma simples análise matemática para o caso bilateral de um teste de hipóteses para a média com variância conhecida. Neste caso, nossas hipóteses de interesse são

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad versus \quad H_a : \mu \neq \mu_0,$$

Agora, note que

$$|Z| = \frac{\sqrt{n}\left|\overline{X} - \mu_0\right|}{\sigma} > z_{\alpha/2} \iff \overline{X} < \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \text{ ou } \overline{X} > \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$$

De modo que a região crítica é

$$\text{RC} = \left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} < \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \text{ ou } \overline{X} > \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}\right\}$$

Seguindo o mesmo princípio podemos encontrar um meio prático e rápido de encontrar as regiões críticas para todos os testes de hipóteses para a média em que a variância é conhecida (casos unilaterais). Na Tabela 1, que segue abaixo, indicamos as respectivas regiões críticas:

Tabela 1: Regiões Críticas (Variância conhecida)

$\mathbf{H_0}$	$\mathbf{H_a}$	**Região Crítica**
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} < \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} \text{ ou } \overline{X} > \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}\right\}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} > \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha}\right\}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} < \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha}\right\}$

Por meio de raciocínio absolutamente análogo podemos obter, também, os testes rápidos para os testes de hipóteses (caso bilateral e casos unilaterais) para a média em que a variância é desconhecida. Na Tabela 2, que segue na próxima página, indicamos as respectivas regiões críticas:

Tabela 2: Regiões Críticas (Variância desconhecida)

$\mathbf{H_0}$	$\mathbf{H_a}$	**Região Crítica**
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} < \mu_0 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2, n-1} \text{ ou } \overline{X} > \mu_0 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2, n-1}\right\}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} > \mu_0 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha, n-1}\right\}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\left\{X_1, \ldots, X_n : \overline{X} < \mu_0 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha, n-1}\right\}$